

# Notas Técnicas de Vida

Act. Crisóforo Suárez Tinoco.

# Agenda

---

- El proceso de desarrollo de productos.
- Ejemplo de estructura de nota técnica.
- La proyección del estado de resultados.
- Una aplicación de decrementos múltiples.
- Una aplicación de decrementos múltiples y vidas conjuntas.
- El Método de Reserva Modificada (Reserva Mínima).

# El desarrollo de productos

---

- Designación de un líder de productos.
  - Cuando todos son responsables, nadie es responsable.
- La tarea del líder de productos.
  - Alguien debe tener la visión completa y mover el timón.
- La importancia del desarrollo de productos.
  - El proceso administrativo: planear, organizar, dirigir y controlar + creatividad aumenta los éxitos y disminuye los fracasos
- El equipo de desarrollo de productos.
  - Actuarial, suscripción, siniestros, sistemas, jurídico, marketing, ventas, administración.

# El proceso de desarrollo de productos (cont.)

---

- La administración de un proyecto.
  - Plan de trabajo(5 fases): definición del producto, planificación del proyecto, implementación, terminación, evaluación. Presupuesto.
- El marketing y la publicidad.
  - Marketing: planificación, desarrollo y promoción de un producto o un servicio a un determinado mercado-objetivo, con la finalidad de producir ventas.
  - Publicidad una herramienta de marketing: nadie compra lo que no conoce.

# Los resultados de un proyecto.

---

- El informe de viabilidad.
  - Descripción del mercado.
  - Descripción del producto.
  - Análisis comparativo.
  - Objetivos y recomendaciones.
- La nota técnica.
  - Descripción técnica del producto y definición de procedimientos técnicos para la determinación de la tarifas, la reserva, los valores garantizados, dividendos, etc., tanto de cobertura básica como de beneficios adicionales.
- La documentación contractual (congruencia).
  - Condiciones generales, endosos, formatos, etc.
- El manual de operación.
  - Describe los trámites, procesos, áreas o personas responsables, etc.

# Los resultados del proyecto (cont.)

---

- El manual de políticas.
  - Establece los criterios, límites de autorizaciones, sanciones, prohibiciones, quienes toman decisiones, tipos de negocio, criterios de aceptación, etc.
- Los apoyos a la venta.
  - Comparativos, tarifas simplificadas, programas cotizadores, etc.
- Los promocionales.
  - Diseño de todo material o programa de promoción y publicidad.
- La cobertura de reaseguro.
  - Un convenio con reaseguradores que garantiza el soporte para la suscripción de negocios que no puede asumir la aseguradora.

# La gestión del producto

---

- El registro.
  - Proceso regulado por la LGISM y por la circular S-8.1, que establece procedimientos, tiempos y condiciones que deben cumplirse.
- El lanzamiento.
  - La programación de eventos de presentación del producto, la puesta a punto de los procesos, equipos, personas, información a toda persona involucrada, etc.
- La suscripción (selección de riesgos).
  - La estructura de personal capacitado para seleccionar y tarificar los candidatos conforme a las políticas y conforme a los límites de riesgo establecidos en las bases técnicas del producto.

# La gestión del producto (cont.)

---

## ■ La emisión.

- Puesta a punto de los procesos de emisión, evitar  *cuellos de botella*, prever fallas, etc.

## ■ La cobranza.

- Minimizar la pólizas no colocadas por falta de gestión adecuada y oportuna del cobro de primas, y ampliar los mecanismos de pago, etc.

## ■ Los siniestros.

- Dictaminar conforme a las condiciones contractuales y retroalimentar al líder de productos.

# La gestión del producto (cont.)

---

## ■ El control.

- Mantenerse al tanto del comportamiento de las cifras relativas al producto para detectar desviaciones contra los resultados esperados y para una toma de decisiones oportuna.

## ■ Requerimientos normativos.

- Crear la estructura de sistemas informáticos y definir responsables para garantizar el cumplimiento de los requerimientos estadísticos, de reservas, de solvencia, etc., establecidos en la normatividad.

## ■ La evaluación.

- Periódicamente elaborar estudios para garantizar que todo marcha conforme a lo previsto y si no, valorar diferentes alternativas para la toma de decisiones oportuna.

# La gestión del producto (cont.)

---

- La dirección.

- Validar la definición del mercado-objetivo la la estrategia de venta, los conductos de venta, las promociones, validar la rentabilidad y tomar decisiones: relanzar el producto, adecuarlo, promoverlo como esta, suspender su comercialización, etc.

# Ejemplo de estructura de nota técnica.

---

- Normatividad.
  - La LGISMS (Artículos 36)
  - La Circular S-8.1
  - Otras circulares. (definen cláusulas obligatorias, procedimientos obligatorios, etc.)
- Características generales.
  - Nombre del producto.
  - Descripción de la cobertura básica.
  - Descripción de las coberturas adicionales.
  - Temporalidad.
  - Ramo.
  - Moneda(s).

# Ejemplo de estructura de nota técnica (cont.)

---

## ■ Hipótesis

- Financieras.
- Demográficas.

## ■ Procedimientos técnicos.

- Primas netas de riesgo por cada cobertura.
- Reservas por cada cobertura.

## ■ Valores garantizados.

- Rescates.
- Seguro saldado.
- Seguro prorrogado

# Ejemplo de estructura de nota técnica (cont.)

---

- Bases y parámetros para la prima de tarifa por cada cobertura.
  - Bases financieras.
  - Bases demográficas.
  - Otras bases
    - Caducidad.
    - Selección.
  - Costos de adquisición.
  - Gasto de administración.
  - Margen de utilidad

# Ejemplo de estructura de nota técnica (cont.)

## ■ Procedimiento de la prima de tarifa.

■ Equivalencia técnica:  $\pi = P + PG + PC + PU$

$$PG = \left[ \pi \frac{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x g_t}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x} \right] + \left[ P \frac{\sum_{t=0}^{n-1} B_t v^{t+1} {}_t p_x q_{x+t} s_t}{\sum_{t=0}^{m-1} P v^t {}_t p_x} + \frac{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x g f_t}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x} + \frac{\sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x s f_t}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x} \right]$$

$$\Rightarrow PG = \pi \cdot g_{niv} + P \cdot s_{niv} + g f_{niv} + s f_{niv}$$

$$P = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} B_t v^{t+1} {}_t p_x q_{x+t}}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x};$$

$$PC = \pi \frac{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x c_t}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t p_x} = \pi \cdot c_{niv};$$

$$PU = \pi \cdot u_{niv}$$

$$\pi = \frac{P(1 + s_{niv}) + g f_{niv} + s f_{niv}}{1 - g_{niv} - c_{niv} - u_{niv}}$$

# Ejemplo de estructura de nota técnica (cont.)

---

- Asset share (flujos).
  - Primas.
  - Costo de adquisición y del Gasto de administración.
  - Incremento de reservas.
  - Siniestros y Rescates.
  - Reaseguro.
  - Producto financiero.
  - La utilidad.
- Otros procedimientos.

# Ejemplo de estructura de nota técnica (cont.)

---

- Dividendos.
- Otros.
- Anexos.

# Proyección del Edo. de Res.

A partir de Fackler:  $({}_tV_x + P) \cdot (1+i) - B_t \cdot q_{x+t} = p_{x+t} \cdot {}_{t+1}V_x$

Prima  $l_{x+t} \cdot P$

Inc.Rva.  $l_{x+t} \cdot {}_tV_x - l_{x+t+1} \cdot {}_{t+1}V_x = -l_{x+t} \cdot P + v \cdot B_t \cdot l_{x+t} \cdot q_{x+t} - i \cdot (v \cdot l_{x+t+1} \cdot {}_{t+1}V_x)$

Prima Dev.

Siniestros  $-v \cdot B_t \cdot l_{x+t} \cdot q_{x+t} - i \cdot v \cdot B_t \cdot l_{x+t} \cdot q_{x+t}$

Util.Técnica

Prod.Finan.  $i \cdot (v \cdot l_{x+t+1} \cdot {}_{t+1}V_x + v \cdot B_t \cdot l_{x+t} \cdot q_{x+t})$

Util.A.Imp  $U_t = 0$

Aquí se muestra el equilibrio técnico del producto.

# Proyección del Edo. de Res. (cont.)

Incorporando el cargo nivelado de adquisición y los cargos nivelados por gasto administrativo, se tiene:

Prima	$l_{x+t} \cdot (P + s_{niv} \cdot P + g_{niv} \cdot \pi + sf_{niv} + gf_{niv} + c_{niv} \cdot \pi)$
Inc.Rva.	$l_{x+t} \cdot ({}_tV_x + {}_tV_x^g + {}_tV_x^c) - l_{x+t+1} \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c)$
Prima Dev.	
Comisión	$-l_{x+t} \cdot c_t \cdot \pi$
Siniestros	$-l_{x+t} \cdot B_t \cdot q_{x+t}$
Util.Técnica	
Gastos	$-l_{x+t} \cdot (s_t \cdot B_t \cdot q_{x+t} + g_t \cdot \pi + sf_t + gf_t)$
Prod.Finan.	$i \cdot (v \cdot l_{x+t+1} \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c) + v \cdot l_{x+t} \cdot B_t \cdot q_{x+t})$
Util.A.Imp	$U_t \neq 0$

# Proyección del Edo. de Res. (cont.)

Aquí se aprecia que, aún cuando se supone equivalencia técnica, la utilidad final puede ser distinta de cero porque:

A) El método de valuación de la reserva de gastos no coincida con la estructura de gastos teóricos. Es decir,

$$l_{x+t} \cdot (s_t \cdot B_t \cdot q_{x+t} + g_t \cdot \pi + sf_t + gf_t) \neq l_{x+t} \cdot (s_{niv} \cdot P + g_{niv} \cdot \pi + sf_{niv} + gf_{niv}) - \\ \left( l_{x+t} \cdot V_x^g - l_{x+t+1} \cdot V_x^g \right) + i \cdot \left( v \cdot l_{x+t+1} \cdot V_x^g \right)$$

B) Haya pérdida adicional por gasto de adquisición de primer año que no haya sido financiada con el método de reserva modificada.

Es decir,

$$l_{x+t} \cdot c_t \cdot \pi \neq l_{x+t} \cdot c_{niv} \cdot \pi - \left( l_{x+t} \cdot V_x^c - l_{x+t+1} \cdot V_x^c \right) + i \cdot \left( v \cdot l_{x+t+1} \cdot V_x^c \right)$$

Aquí se considera que no aplican intereses sobre los cargos nivelados para gastos de administración ni para costos de adquisición porque se supone que se consumen al principio del año.

# Proyección del Edo. de Res. (cont.)

Incorporando la utilidad, se tiene:

Prima	$l_{x+t} \cdot \pi$
Inc.Rva.	$l_{x+t} \cdot ({}_tV_x + {}_tV_x^g + {}_tV_x^c) - l_{x+t+1} \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c)$
Prima Dev.	
Comisión	$-l_{x+t} \cdot c_t \cdot \pi$
Siniestros	$-l_{x+t} \cdot B_t \cdot q_{x+t}$
Util.Técnica	
Gastos	$-l_{x+t} \cdot (s_t \cdot B_t \cdot q_{x+t} + g_t \cdot \pi + sf_t + gf_t)$
Prod.Finan.	$i \cdot (v \cdot l_{x+t+1} \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c) + v \cdot l_{x+t} \cdot B_t \cdot q_{x+t})$
Util.A.Imp	$U_t \neq u_{niv} \cdot \pi$

# Proyección del Edo.de Res. (cont.)

Para el asset share, el estado de resultados será diferente por

A). El efecto de los asegurados que siguen vivos con póliza vigente es decir no caducada o por la mortalidad modificada más acorde con la realidad.

$$l_{x+t}^{\tau} \cdot \left(1 - q_{x+t}^r - tc_{t+1}\right) = l_{x+t+1}^{\tau}$$

Donde,

$tc_{t+1}$  = es el porcentaje de cancelación en el año póliza t+1

Se modificarán todos los rubros que dependen de los asegurados vigentes.

# Proyección del Edo.de Res. (cont.)

---

- B). Modificar los siniestros al incluir los montos de rescate ( $R_t$ ) que se pagarán contra la reserva terminal de los que cancelaron su póliza y al reconocer la mortalidad modificada.
- C). Modificar los productos financieros para ser calculados con una tasa realista ( $i^r$ ).
- D). Incorporar el costo neto de reaseguro proyectado de acuerdo con las condiciones del contrato correspondiente

$$CR_t = -P_t^{ced} + C_t^{ced} + CU_t^{ced} + Sin_t^{ced} + G_t^{ced}$$

# Proyección del Edo. de Res. (cont.)

Con las modificaciones para asset share, resulta,

Prima	$l_{x+t}^r \cdot \pi$
Prima Ced.	$-P_t^{ced}$
Prima Ret.	
Inc. Rva.	$l_{x+t}^r \cdot ({}_tV_x + {}_tV_x^g + {}_tV_x^c) - l_{x+t+1}^r \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c)$
Prima Dev.	
Comis. Reas.	$C_t^{ced} + CU_t^{ced}$
Comision	$-l_{x+t}^r \cdot c_t \cdot \pi$
Siniestros	$-l_{x+t}^r \cdot (B_t \cdot q_{x+t}^r + R_t \cdot tc_{t+1})$
Sin. Recup.	$Sin_t^{ced}$
Util. Técnica	
Gastos	$-l_{x+t}^r \cdot (s_t \cdot B_t \cdot q_{x+t} + g_t \cdot \pi + sf_t + gf_t) + G_t^{ced}$
Prod. Finan.	$i^r \cdot (v \cdot l_{x+t+1}^r \cdot ({}_{t+1}V_x + {}_{t+1}V_x^g + {}_{t+1}V_x^c) + v \cdot l_{x+t}^r \cdot B_t \cdot q_{x+t})$
Util. A. Imp.	$U_t \neq u_{niv} \cdot \pi$

# Proyección del Edo. de Res. (cont.)

---

- La modelación de los rubros de reaseguro, puede ser muy compleja porque depende del tipo de contrato, su estructura, la tarifa convenida, el esquema de comisiones, la fórmula de comisión sobre utilidades, etc.
- Por su parte, los siniestros se recuperan según el tipo de contrato y congruentemente con la cesión, puesto que para un asset share no es usual modelar un contrato de reaseguro no proporcional.
- Asimismo no se consideran intereses sobre los rubros de reaseguro porque la prima se cede al principio neta de comisiones, pero se supone que esta comisión de reaseguro financia el costo de adquisición el cual se realiza al principio del período, en tanto los gastos recuperados generalmente financian dictamen de siniestros y por lo tanto, al igual que los siniestros y la comisión sobre utilidades se reciben al final de cada período.

# Proyección del Edo.de Res. (cont.)

---

- Se proyectará el estado de resultados durante el período de cobertura o mínimo 20 años según se desee.
- Se calculará el valor presente neto de las utilidades proyectadas sobre el valor presente neto de las primas que se espera recibir para tener el porcentaje de utilidad, mismo que se fija para determinar la tarifa correspondiente.

# Proyección del Edo.de Res. (cont.)

- Ejemplo 1. Equivalencia técnica con t-10 con  $i=4\%$ ,  $q=CNSF2000I$ , comisión 40%, 20%...,  $C_{niv}=5\%$ , Utilidad=10%

Tasa de Int.Tecnico	4.0%	Margen para Ctos.de Adq.	Si	
Tasa de Int.Real	4.0%	Margen Gtos.	% Prima	Si
Tabla de Mort.	CNSF2000I		Fijo S/Prima	No
Fac.Aju.Mort.	1.00		% Sin.	No
Edad Contrat.	35		Fijo S/Sin.	No
Año póliza	-	Utilidad	Si	
Edad Fin Cobert.	45	Caducidad	No	
Plan Dotal	No	Val.de Rescate	No	
No.Primas Anuales	10	Benef.X Sel.de Riesgos	No	
Factor X Mil PRN	2.92	No. De Asegdos.	1,000	
Millares de SA Ind.	1,000	Prima de tarifa	<b>4.67</b>	

- Ejemplo 2. Asset share con las mismas bases más caducidad, rescate, interés y mortalidad realista y efecto de selección.

Tasa de Int.Tecnico	4.0%	Margen para Ctos.de Adq.	Si	
Tasa de Int.Real	4.5%	Margen Gtos.	% Prima	Si
Tabla de Mort.	CNSF2000I		Fijo S/Prima	No
Fac.Aju.Mort.	0.90		% Sin.	No
Edad Contrat.	35		Fijo S/Sin.	No
Año póliza	-	Utilidad	Si	
Edad Fin Cobert.	45	Caducidad	Si	
Plan Dotal	No	Val.de Rescate	Si	
No.Primas Anuales	10	Benef.X Sel.de Riesgos	Si	
Factor X Mil PRN	3.04	No. De Asegdos.	1,000	
Millares de SA Ind.	1,000	Prima de tarifa	<b>3.65</b>	



	Ejemplo 2					7	10	13	16	
Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% de caducidad	20.0%	17.8%	15.6%	13.3%	11.1%	8.9%	6.7%	4.4%	2.2%	0.0%
No. Cancelaciones	200	142	102	74	53	38	26	16	8	-
Asegdos. Vigentes	798.6228	655.3595	552.1887	477.3696	423.1412	384.3229	357.5	340.5	331.7	330.4
<b>Prima</b>	<b>3,646,003</b>	<b>2,911,781</b>	<b>2,389,443</b>	<b>2,013,282</b>	<b>1,740,491</b>	<b>1,542,774</b>	<b>1,401,243</b>	<b>1,303,526</b>	<b>1,241,284</b>	<b>1,209,282</b>
<b>Prima Cedida</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>Prima Retenida</b>	<b>3,646,003</b>	<b>2,911,781</b>	<b>2,389,443</b>	<b>2,013,282</b>	<b>1,740,491</b>	<b>1,542,774</b>	<b>1,401,243</b>	<b>1,303,526</b>	<b>1,241,284</b>	<b>1,209,282</b>
Factor X Mil Rva. Mat.	0.2	1.0	1.6	2.1	2.4	2.4	2.3	1.8	1.1	0.0
Saldo de Rva. Mat.	- 150,407	- 639,929	- 892,834	- 997,498	- 1,003,868	- 938,261	- 811,223	- 621,926	- 359,008	- 0
<b>Incr. a Rva. Mat.</b>	<b>- 150,407</b>	<b>- 489,522</b>	<b>- 252,906</b>	<b>- 104,663</b>	<b>- 6,370</b>	<b>- 65,607</b>	<b>- 127,038</b>	<b>- 189,297</b>	<b>- 262,918</b>	<b>- 359,008</b>
<b>Primas Dev.</b>	<b>3,495,596</b>	<b>2,422,260</b>	<b>2,136,537</b>	<b>1,908,618</b>	<b>1,734,121</b>	<b>1,608,381</b>	<b>1,528,281</b>	<b>1,492,823</b>	<b>1,504,202</b>	<b>1,568,290</b>
<b>Part. Util. Reas.</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
% Comisiones	40.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%	20.0%
<b>Comisiones</b>	<b>- 1,458,401</b>	<b>- 582,356</b>	<b>- 477,889</b>	<b>- 402,656</b>	<b>- 348,098</b>	<b>- 308,555</b>	<b>- 280,249</b>	<b>- 260,705</b>	<b>- 248,257</b>	<b>- 241,856</b>
<b>Costo de Adq.</b>	<b>- 1,458,401</b>	<b>- 582,356</b>	<b>- 477,889</b>	<b>- 402,656</b>	<b>- 348,098</b>	<b>- 308,555</b>	<b>- 280,249</b>	<b>- 260,705</b>	<b>- 248,257</b>	<b>- 241,856</b>
<b>Resultado previo</b>	<b>2,037,196</b>	<b>1,839,903</b>	<b>1,658,649</b>	<b>1,505,962</b>	<b>1,386,023</b>	<b>1,299,827</b>	<b>1,248,032</b>	<b>1,232,118</b>	<b>1,255,945</b>	<b>1,326,434</b>
Fact.X Mil Mort.	1.967	2.119	2.282	2.457	2.646	2.849	3.069	3.305	3.559	3.832
Fact. Ben. X Sel.	0.70	0.76	0.82	0.88	0.94	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Fact.X Mil Mort.Real	1.377	1.610	1.871	2.162	2.487	2.849	3.069	3.305	3.559	3.832
No. Muertos	1.377180	1.285891	1.226066	1.193920	1.187333	1.205698	1.2	1.2	1.2	1.3
Mto. Sin.x Muerte	- 1,377,180	- 1,285,891	- 1,226,066	- 1,193,920	- 1,187,333	- 1,205,698	- 1,179,487	- 1,181,538	- 1,211,527	- 1,271,039
Fact.X Mil de Resc.	-	-	1.1	1.6	1.9	2.1	2.0	1.7	1.1	-
Mto. Rescates	-	-	- 115,384.3	- 115,383.8	- 100,668.5	- 78,051.1	- 52,322.1	- 27,575.8	- 8,189.1	-
Sin. Recup.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Siniest. Retenidos</b>	<b>- 1,377,180</b>	<b>- 1,285,891</b>	<b>- 1,341,451</b>	<b>- 1,309,304</b>	<b>- 1,288,001</b>	<b>- 1,283,750</b>	<b>- 1,231,809</b>	<b>- 1,209,114</b>	<b>- 1,219,716</b>	<b>- 1,271,039</b>
<b>Utilidad Técnica</b>	<b>660,015</b>	<b>554,012</b>	<b>317,198</b>	<b>196,658</b>	<b>98,021</b>	<b>16,077</b>	<b>16,223</b>	<b>23,003</b>	<b>36,229</b>	<b>55,395</b>
Factor X Mil Gastos	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823	0.1823
<b>Gastos</b>	<b>- 182,300</b>	<b>- 145,589</b>	<b>- 119,472</b>	<b>- 100,664</b>	<b>- 87,025</b>	<b>- 77,139</b>	<b>- 70,062</b>	<b>- 65,176</b>	<b>- 62,064</b>	<b>- 60,464</b>
<b>Rendimientos</b>	<b>65,781</b>	<b>82,930</b>	<b>96,213</b>	<b>99,336</b>	<b>98,693</b>	<b>95,685</b>	<b>87,977</b>	<b>78,849</b>	<b>67,983</b>	<b>54,734</b>
<b>Utilidad A/Imp.</b>	<b>543,496</b>	<b>491,353</b>	<b>293,939</b>	<b>195,330</b>	<b>109,690</b>	<b>34,623</b>	<b>34,139</b>	<b>36,676</b>	<b>42,148</b>	<b>49,665</b>
<b>% Utilidad</b>	<b>14.9%</b>	<b>16.9%</b>	<b>12.3%</b>	<b>9.7%</b>	<b>6.3%</b>	<b>2.2%</b>	<b>2.4%</b>	<b>2.8%</b>	<b>3.4%</b>	<b>4.1%</b>

# Uso de decrementos múltiples en la proyección de pasivos

Tomemos  $L(t)$  como el pasivo total de la cartera, proyectado al cierre del año  $t$ .

De acuerdo a la circular S-13.7 tenemos que:

$$L(t) = \sum_{\forall x} \left( {}_{k+t}^s V_x^* \right) \left( {}_t P_{x+k-1+s}^\tau \right)$$

Con  ${}_{k+t}^s V_x^*$  igual al monto de la reserva terminal exacta al momento  $s$ , para una póliza en su año de vigencia  $k+t$ , para una persona con edad de contratación  $x$ .

Y  ${}_t P_{x+k-1+s}^\tau$  la probabilidad de permanencia de una póliza contratada a edad  $x$  a partir de la fracción  $s$  de su año de vigencia actual  $k$  hasta el año de proyección  $t$ .

# Uso de decrementos múltiples en la proyección de pasivos (cont.)

Entonces calculamos la probabilidad de permanencia de acuerdo a lo siguiente:

$${}_t P_{x+k-1+s}^\tau = \prod_{i=0}^{t-1} P_{x+k-1+s+i}^\tau \quad 0 \leq s < 1 \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

Para lo cual es necesario calcular tasas de caducidad, mortalidad e invalidez ajustadas  $q_{x+s}^*$ , para años de edad y años póliza fraccionados.

Suponiendo distribución uniforme para cada uno de los riesgos\* tenemos que:

$$p_{x+s} = p_x \left[ \frac{1-s \cdot q_{x+1}}{1-s \cdot q_x} \right] \quad q_{k+s}^* = 1 - p_{k+s} \quad q_{x+s}^* = 1 - p_{x+s}$$

\*

$$p_{x+s} = \frac{l_{x+s+1}}{l_{x+s}} = \frac{l_{x+1} - s(l_{x+1} - l_{x+2})}{l_x - s(l_x - l_{x+1})} = \frac{[1-s \cdot q_{x+1}]l_{x+1}}{[1-s \cdot q_x]l_x} = p_x \left[ \frac{1-s \cdot q_{x+1}}{1-s \cdot q_x} \right]$$

# Uso de decrementos múltiples en la proyección de pasivos (cont.)

De donde obtenemos:

$q_{k+s}^{*c}$ : La probabilidad de cancelación de una póliza que se encuentra en el  $k+s$  año de vigencia.

$q_{x+s}^{*m}$ : Probabilidad de que una persona de edad  $x+s$  no sobreviva a la edad  $x+s+1$ .

$q_{x+s}^{*i}$ : Probabilidad de que una persona de edad  $x+s$  se invalide antes de llegar a la edad  $x+s+1$ .

Por otro lado

Sea  $k'$  el tiempo transcurrido al momento de la proyección ( $k' = k-1+s+t$ )

$x'$ : La edad del asegurado al momento de la proyección  $t$  ( $x'=x+k-1+s+t$ )

Entonces

$$P_{x'}^{\tau} = 1 - q_{k'}^{ic} - q_{x'}^{is}$$

# Uso de decrementos múltiples en la proyección de pasivos (cont.)

Donde  $q'_{k'}{}^c$  y  $q'_{x'}{}^s$  son las probabilidades ajustadas mediante **decrementos múltiples**, de salida por cancelación o siniestro de una póliza contratada a edad  $x$  a partir de la fracción  $s$  de su año de vigencia actual  $k$  hasta el año de proyección  $t$ .

En donde para beneficios por invalidez

$$q'_{k'}{}^c = q^{*c}_{k'} \left[ 1 - \frac{1}{2}(q^{*m}_{x'} + q^{*i}_{x'}) + \frac{1}{3}q^{*m}_{x'} q^{*i}_{x'} \right]$$
$$q'_{x'}{}^i = q^{*i}_{x'} \left[ 1 - \frac{1}{2}(q^{*m}_{x'} + q^{*c}_{k'}) + \frac{1}{3}q^{*m}_{x'} q^{*c}_{k'} \right]$$

y para beneficio básico de muerte,

$$q'_{x'}{}^c = q^{*c}_{x'} \left( 1 - \frac{1}{2}q^{*m}_{k'} \right) \quad q'_{x'}{}^m = q^{*m}_{x'} \left( 1 - \frac{1}{2}q^{*c}_{k'} \right)$$

# Uso de decrementos múltiples en el calculo del RBS por descalce

Sea  $RC$  el monto estimado de reserva de la cartera en vigor, correspondiente a planes que saldrán por caducidad en los 12 meses siguientes.

Calculamos  $RC$  como:

$$RC = \sum_{\forall x} {}_{k+s}V_x * q'_{k+s}{}^c \quad 0 \leq s < 1$$

Donde  ${}_{k+s}V_x$  es la reserva exacta a la fecha de valuación para una póliza en su año de vigencia  $k+s$ , para una persona con edad de contratación  $x$ .

Y  $q'_{k+s}{}^c$  es la probabilidad de salida por cancelación de una póliza que se encuentra en su año  $k+s$  de vigencia, de acuerdo al tipo de beneficio, mortalidad o invalidez.

# Uso de decrementos múltiples en el calculo del RBS por descalce (cont.)

Calculamos la probabilidad de cancelación de acuerdo al beneficio como:

Para beneficios por invalidez

$$q'_{k+s}{}^c = q_{k+s}{}^c \left[ 1 - \frac{1}{2}(q_{x+s}{}^m + q_{x+s}{}^i) + \frac{1}{3}q_{x+s}{}^m q_{x+s}{}^i \right]$$

Para beneficios por mortalidad

$$q'_{x+s}{}^c = q_{x+s}{}^c \cdot \left(1 - \frac{1}{2}q_{k+s}{}^m\right)$$

Donde

$q_{k+s}{}^c$  Probabilidad de cancelación de una póliza que se encuentra en el k-ésimo año de vigencia.

$q_{x+s}{}^m$  : Probabilidad de que una persona de edad  $x+s$  no llegue viva a la edad  $x+s+1$ .

$q_{x+s}{}^i$  : Probabilidad de que una persona de edad  $x+s$  se invalide antes de llegar a la edad  $x+s+1$ .

# Uso de decrementos múltiples en el calculo del RBS por descalce (cont.)

En el caso de siniestralidad, sea  $RS$  el monto estimado de reserva de la cartera en vigor correspondiente a planes que saldrán por siniestralidad en los 12 meses siguientes.

Entonces calculamos  $RS$  como:

$$RS = \sum_{\forall x} {}_{k+s}V_x * q'_{x+k+s}{}^S \quad 0 \leq s < 1$$

Donde:

${}_{k+s}V_x$  es la reserva exacta a la fecha de valuación para una póliza en su año de vigencia  $k+s$ , para una persona con edad de contratación  $x$ .

$q'_{x+k+s}{}^S$  es la probabilidad de salida por siniestralidad (mortalidad o invalidez) para una persona de edad  $x+k+s$ .

# Uso de decrementos múltiples en el calculo del RBS por descalce (cont.)

Calculamos la probabilidad de salida por siniestralidad como:

$$q'_{x+s}{}^i = q_{x+s}{}^i \left[ 1 - \frac{1}{2} (q_{x+s}{}^m + q_{k+s}{}^c) + \frac{1}{3} q_{x+s}{}^m q_{k+s}{}^c \right]$$

para beneficios por invalidez

$$y \quad q'_{x+s}{}^m = q_{x+s}{}^m \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} q_{k+s}{}^c \right)$$

para beneficios por mortalidad.

# Aplicación de decrementos múltiples y vidas conjuntas para un plan educacional

---

En un seguro educacional se puede considerar como asegurado principal al menor para el que se quiera contratar el ahorro y como contratante al mayor responsable del pago de primas, por lo que se considera la probabilidad de sobrevivencia del asegurado principal para coberturas sobre el riesgo del contratante.

Sea

$x$  la edad del asegurado principal

$z$  la edad del contratante

El seguro educacional para el cálculo de primas y reservas toma en cuenta el cálculo actuarial de vidas conjuntas.

# Aplicación de decrementos múltiples y vidas conjuntas para un plan educacional (cont.)

Para un beneficio adicional por invalidez sobre el contratante, el cálculo de primas y reservas requiere de las siguientes probabilidades:

$$p_z^\tau = 1 - q_z^\tau \quad q_z^\tau = q_z^i + q_z^m$$

$${}_t|q_{zx}^i = {}_tP_z^\tau \cdot q_{z+t}^i \cdot {}_{t+\frac{1}{2}}P_x$$

$${}_tP_{zx}^\tau = {}_tP_z^\tau \cdot {}_tP_x$$

Lo cual considera la sobrevivencia del asegurado principal y el pago de primas mientras el contratante no se invalide.

Donde:

$${}_{t+\frac{1}{2}}P_x = \frac{l_{x+t+\frac{1}{2}}}{l_x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (l_{x+t} + l_{x+t+1})}{l_x}$$

\* Los cálculos para el beneficio básico son un caso particular del beneficio adicional.

# Aplicación de decrementos múltiples y vidas conjuntas para un plan educacional (cont.)

Para primas y reservas de un beneficio por muerte, invalidez o ambos para el contratante sujeto a la sobrevivencia del menor, se necesitaría:

$$p_z^\tau = 1 - q_z^\tau$$

$$q_z^\tau = q_z^i + q_z^m$$

$${}_t|q_{z x}^m = {}_tP_z^\tau \cdot q_{z+t}^m \cdot {}_{t+\frac{1}{2}}P_x$$

$${}_t|q_{z x}^\tau = {}_tP_z^\tau \cdot q_{z+t}^\tau \cdot {}_{t+\frac{1}{2}}P_x$$

$${}_tP_{z x} = {}_tP_z \cdot {}_tP_x$$

En donde  $q_z^m$  y  $q_z^i$  son tasas de mortalidad e invalidez ajustadas mediante decrementos múltiples.

$$q_z^i = q_z^{i*} \left( 1 - \frac{1}{2} q_z^{m*} \right) \quad q_z^m = q_z^{m*} \left( 1 - \frac{1}{2} q_z^{i*} \right)$$

$q_z^{i*}$  y  $q_z^{m*}$  son las tasas directamente obtenidas de las tablas de invalidez y de mortalidad.

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín.

## ■ Pérdida de Primer Año

- Con Costos de Adquisición como porcentaje de PT

$$PE_1 = c_1 \cdot PT - \alpha \cdot PT$$

$c_1 = \text{Costo de Adq. primer año}$

$\alpha = \text{Costo de Adq. Nivelado}$

- Con Costos de Adquisición en monto

$$PE_1 = C_1 - C_{NIV}$$

## ■ Pérdida Amortizable

$$PA_1 = \text{Min}(PE_1, PAH_1)$$

## ■ Prima de Ahorro

$$PAH_1 = PN_1 - CS_1$$

$CS_1 = \text{Valor Presente del costo esperado de siniestralidad del primer año}$

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín. (cont.)

## ■ Ejemplos de Diferencias en Aplicación

1.-Planes que paguen a la muerte de "x".

2.-Planes que paguen a la muerte de "y" mientras sobreviva "x".

3.-Planes que paguen una renta vitalicia mientras viva "x" a la muerte de "y".

4.-Planes que paguen a la muerte de "x" o "y".

5.-Planes que paguen a la muerte o invalidez de "x".

6.- Seguro Temporal 20, con pago de primas por 10 años y SA creciente.

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín. (cont.)

Costo de Siniestralidad: Valor Presente de la probabilidad de que se pague el beneficio en el primer año ( $B_1$ ).

$$CS = v \cdot B_1 \cdot \Pr_1(s) \quad \text{Caso General;}$$

$\Pr_1(s)$  = Probabilidad de pagar el beneficio en el 1er año

- 1.-  $CS = v \cdot B_1 \cdot q_x$  Paga a la muerte de x;
- 2.-  $CS = v \cdot B_1 \cdot q_y \cdot p_x$  Paga a "x" a la muerte de "y";
- 3.-  $CS = v \cdot \ddot{a}_{x+1} \cdot q_y \cdot p_x$  Paga una renta a "x", mientras este vivo, a la muerte de "y";
- 4.-  $CS = v \cdot B_1 \cdot (q_x + q_y - q_x q_y)$  Paga si fallece alguna de las 2 personas (x,y);
- 5.-  $CS = v \cdot B_1 \cdot (q_x^m + q_x^i)$  Paga en caso de muerte o invalidez de "x".

# Método de Reserva Modificada-Rva.Mín. (cont.)

## ■ Anualidad de Amortización

### ■ Caso 1

$$AM_t = PA_1 \cdot \left[ \frac{(1+i)}{P_x} \right] \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}}$$

### ■ Caso 2, 3 y 4

$$AM_t = PA_1 \cdot \left[ \frac{(1+i)}{P_{xy}} \right] \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t:y+t:\overline{m-t}|}}{\ddot{a}_{x+1:y+1:\overline{m-1}|}}$$

### ■ Caso 5

$$AM_t = PA_1 \cdot \left[ \frac{(1+i)}{P_x^\tau} \right] \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}^\tau}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}^\tau} \quad \forall 1 \leq t \leq m-1$$

$m$  = Número de pagos de prima del plan

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín. (cont.)

## Caso 6

- Amortización de la pérdida con 9 pagos crecientes

$$\frac{PA_1}{E_x} = Ap_1 * \sum_{j=1}^9 [1 + (j-1) * f] * v^{j-1} P_{x+1}$$

$$Ap_1 = \frac{\frac{PA_1}{E_x}}{\sum_{j=1}^9 [1 + (j-1) * f] * v^{j-1} P_{x+1}}$$

$f$  = factor de incremento

$Ap$  = Aportación

- Para la valuación de reservas terminales o exactas es necesario calcular los valores de primas modificadas.

$$P_t^{\text{mod}} = \begin{cases} P_1 - PA_1, & t = 1 \\ P_t + Ap_{t-1}, & t \in \{2,3,\dots,10\} \end{cases}$$

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín. (cont.)

## Reserva exacta

- Para  $t=1$

$${}_1V_x^{\text{mod}} = \frac{CS_1 \cdot v \left( \frac{365-T}{365} \right) + (PAH_1 - PA_1) \cdot (1+i)^{\frac{T}{365}}}{u}$$

- Para  $t > 1$

$${}_{t-1+\frac{T}{365}}V_x^{\text{mod}} = \begin{cases} \frac{T}{365} {}_tV_x^{\text{mod}} + \left(1 - \frac{T}{365}\right) \cdot \left( {}_{t-1}V_x^{\text{mod}} + PN_x + \frac{PA_1}{b \cdot u \cdot v} \right), & t \leq m \\ \frac{T}{365} {}_tV_x^{\text{mod}} + \left(1 - \frac{T}{365}\right) \cdot {}_{t-1}V_x^{\text{mod}}, & t > m \end{cases}$$

Donde:  $u = P_x, P_{xy}, P_x^r$  según sea el caso

$$b = \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}, \ddot{a}_{x+1:y+1:\overline{m-1}|}, \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}^r$$

Para el caso número 6 se sustituye  $PN_x + \frac{PA_1}{b \cdot u \cdot v}$  por  $P_t^{\text{mod}}$

# Método de Reserva Modificada- Rva.Mín. (cont.)

---

- En el caso en que las aportaciones no son constantes, es necesario verificar que las reservas para cualquier  $t$  no sean inferiores a las que resultan del método con aportaciones constantes, si llegaran a ser inferiores se contraviene la normatividad.
- Actuarialmente es posible modelar la pérdida amortizable y la anualidad de amortización correspondientes a excesos de costos de adquisición sobre el recargo nivelado contemplado en la prima, pero la normatividad no lo contempla.



**Gracias.**